

文章编号 1004-924X(2009)11-2835-07

协方差矩阵在目标二维姿态测量中的应用

纪 华^{1,2},王大伟^{1,2},赵 建¹,韩广良¹,王延杰¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130033;

2. 中国科学院 研究生院,吉林 长春 100039)

摘要:针对现有姿态测量方法计算量大的问题,提出了一种新的基于协方差矩阵的目标二维姿态测量方法。首先,将图像二值化,提取出目标的重心坐标;其次,计算出目标所在区域的协方差矩阵,并进行正交分解,得到由协方差矩阵定义的椭圆区域的方程;最后,求出椭圆的两个轴的大小和方向。对 256 pixel×256 pixel 的飞机图片分别用对数极坐标算法和本文算法进行了仿真实验。实验结果表明,本文方法得到的旋转角度可以精确到 $\pm 1^\circ$ 以内,缩放比例可以精确到 $\pm 2\%$ 以内,两者均优于对数极坐标方法所得的结果,且计算时间仅为对数极坐标的 1/16。因此,本文算法可以快速准确地计算出目标的旋转角度和缩放比例,且能够满足工程中实时处理的需求。

关键词:协方差矩阵;姿态测量;目标测量

中图分类号:V448.22;V557 **文献标识码:**A

Application of covariance matrix to 2D object attitude measurement

Ji Hua^{1,2}, WANG Da-wei^{1,2}, ZHAO Jian¹, HAN Guang-liang¹, WANG Yan-jie¹

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*

2. *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

Abstract: Aiming at a large amounts of computation existing in attitude measurements, a new method of 2-D object attitude measurement based on a covariance matrix is presented. Firstly, an image is segmented by the threshold and the center of an object is extracted. Then, the covariance matrix of the object is computed and decomposed by a orthogonal decomposition, and the elliptic equation defined by the covariance matrix is gotten. Finally, the lengths and orientations of both axes are calculated to obtain the scale change and rotation between the two images. The attitudes of objects in 256 pixel×256 pixel images are calculated with a log-polar algorithm and the presented algorithm respectively. The experimental results show that the angle error is within $\pm 1^\circ$, and the scale error is within $\pm 2\%$ with proposed method, which is superior to those computed by the log-polar method, while the computation time is only 1/16 that of the log-polar method. The presented method can calculate the rotation and scale change fast and accurately, and can meet the requirement of real-time processing.

Key words: covariance matrix; attitude measurement; object measurement

收稿日期:2008-11-26;修订日期:2009-02-25.

基金项目:国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2006AA703405F)

1 引言

运动目标姿态测量技术是目标识别跟踪的一个重要组成部分,对国防与民用工业有着重要的作用。其中,如何跟踪旋转目标并精确计算出旋转角度和缩放比例是一个关键问题。国内外对此提出了很多办法,主要有:寻找一些具有旋转缩放不变性的模型,如不变矩^[1],提取具有旋转不变性的特性,该方法计算量比较大,而且有一些前提条件,对目标形状和特征点选择都有许多具体要求;另外一种常用的解决目标旋转问题的方法就是建立极坐标模型^[2-4],把笛卡尔坐标映射到对数极坐标,从而把旋转问题转换成平移问题,然后再利用互功率谱求取极坐标系下的偏移量,从而确定旋转和缩放量,该方法需要进行坐标变换和傅里叶变换,其计算量也相当可观。

文本针对现有姿态测量算法计算量大的问题,提出了一种新的基于协方差矩阵的目标二维姿态测量方法,并进行了大量实验。实验结果表明:该方法快速、有效,旋转角度可以精确到 $\pm 1^\circ$ 以内,缩放比例可以精确到 $\pm 2\%$ 以内,计算时间仅为对数极坐标的 $1/16$ 。

2 理论基础

2.1 仿射不变区域描述^[5]

我们定义一个区域的一阶统计量为 μ ,二阶统计量为 Σ 。 μ 为均值,对应闭合区域的重心, $\mu = (\bar{x}, \bar{y})$ 。 Σ 为协方差矩阵,定义为:

$$\Sigma = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \mathbf{X}\mathbf{X}^T d\Omega, \quad (1)$$

其中, $\mathbf{X} = (x - \bar{x}, y - \bar{y})^T$ 。假定仿射变换前后的两个区域分别为 Ω_1 和 Ω_2 ,即存在以下关系: $\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X}$ 。则两个区域的协方差矩阵分别为:

$$\begin{cases} \Sigma_1 = \frac{1}{|\Omega_1|} \int_{\Omega_1} \mathbf{X}\mathbf{X}^T d\Omega_1 \\ \Sigma_2 = \frac{1}{|\Omega_2|} \int_{\Omega_2} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^T d\Omega_2 = \frac{1}{|\mathbf{A}| |\Omega_1|} \int_{\Omega_1} \mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{X}^T \mathbf{A}^T \\ |\mathbf{A}| d\Omega_1 = \mathbf{A}\Sigma_1 \mathbf{A}^T \end{cases}, \quad (2)$$

其中, $|\Omega|$ 表示区域的面积。

利用协方差矩阵定义一个椭圆: $\mathbf{X}^T \Sigma_1^{-1} \mathbf{X} = \text{const}$,则

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^T \Sigma_2^{-1} \mathbf{Y} &= (\mathbf{A}\mathbf{X})^T (\mathbf{A}\Sigma_1 \mathbf{A}^T)^{-1} (\mathbf{A}\mathbf{X}) = \\ & \mathbf{X}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}^{-T} \Sigma_1^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{X}^T \Sigma_1^{-1} \mathbf{X}, \end{aligned} \quad (3)$$

由公式(3)可以看出,如果两个区域对应的仿射变换矩阵为 \mathbf{A} ,则由两个区域定义的椭圆域也可以由仿射变换得到,并且对应的仿射变换矩阵也是 \mathbf{A} 。

2.2 矩阵特征值、特征向量的几何意义

对于一个二阶矩阵 \mathbf{A} ,它的特征值为 λ_1 和 λ_2 ,对应的特征向量为 α_1 和 α_2 。考虑线性变换, $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$,令 u_1, u_2 在单位圆上变化,即令 $u_1 = \cos \theta, u_2 = \sin \theta$,那么 x_1, x_2 将在椭圆上变化,且椭圆的长轴长度为较大的特征值,方向为较大特征值对应特征向量所确定的方向,短轴与此类似,如图1所示。

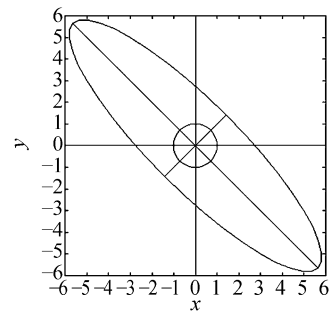


图1 矩阵特征值、特征向量几何意义示意图

Fig. 1 Geometric meaning of eigenvalue and eigenvector

图1中,变换矩阵为 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$, \mathbf{A} 的特征值为2和8,对应的特征向量分别为 $(1, 1)^T$ 和 $(-1, 1)^T$ 。

3 目标二维姿态测量方法研究

3.1 算法的理论分析^[6]

2.1节求得的协方差矩阵是实对称矩阵,其逆矩阵也是对称阵,所以存在正交矩阵 \mathbf{Q} ,使得 $\mathbf{Q}^{-1} \Sigma^{-1} \mathbf{Q} = \mathbf{A}$ 成立,即可以用正交变换使协方差

矩阵 Σ^{-1} 相似对角化。因此,

$$\Sigma^{-1} = \mathbf{Q}\mathbf{A}\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q}\mathbf{A}^{1/2}\mathbf{A}^{1/2}\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q}\mathbf{A}^{1/2}(\mathbf{A}^{1/2})^T\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q}\mathbf{A}^{1/2}(\mathbf{Q}\mathbf{A}^{1/2})^T, \quad (4)$$

其中, \mathbf{A} 为对角阵, \mathbf{Q} 为正交矩阵, 即 Σ^{-1} 可以分解成一个矩阵与其转置的乘积的形式, 即

$$\Sigma^{-1} = \mathbf{C}^T\mathbf{C}, \quad (5)$$

其中, $\mathbf{C} = (\mathbf{Q}\mathbf{A}^{1/2})^T$ 。

将式(5)代入椭圆方程可得:

$$\mathbf{X}^T\Sigma^{-1}\mathbf{X} = \mathbf{X}^T\mathbf{C}^T\mathbf{C}\mathbf{X} = (\mathbf{C}\mathbf{X})^T\mathbf{C}\mathbf{X} = \mathbf{Z}^T\mathbf{Z} = k, \quad (6)$$

其中, $\mathbf{Z} = \mathbf{C}\mathbf{X}$, k 为常数。可见, 椭圆经变换后变成了半径为 \sqrt{k} 的圆。因此, 椭圆方程的另一种表达方式为:

$$\mathbf{X} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{Z}. \quad (7)$$

由 2.2 节的分析可知, 椭圆的长轴等于矩阵 \mathbf{C}^{-1} 的较大的特征值的 \sqrt{k} 倍, 长轴方向为较大特征值对应的特征向量所确定的方向。根据需要, 我们给出以下两个结论, 可以根据矩阵论中的定理证明, 因此在这里不做详细证明:

结论 1: $\mathbf{A} = \mathbf{C}^T\mathbf{C}$, 若 λ 是矩阵 \mathbf{A} 特征值, α 是它所对应的特征向量, 则 $\sqrt{\lambda}$ 必是 \mathbf{C} 的特征值, α 必是 \mathbf{C} 对应于 $\sqrt{\lambda}$ 的特征向量。

结论 2: 对于可逆矩阵, 若 λ 是矩阵 \mathbf{A} 特征值, α 是它所对应的特征向量, 则 $1/\lambda$ 必是 \mathbf{A}^{-1} 的特征值, α 必是 \mathbf{A}^{-1} 对应于 $1/\lambda$ 的特征向量。

根据以上结论, 设 Σ^{-1} 的特征值为 λ_1 和 λ_2 , 且 $\lambda_1 > \lambda_2$, 对应的特征向量分别为 α_1 和 α_2 。由于 \mathbf{C} 和 \mathbf{C}^T 的特征多项式相同, 从而特征值完全相同, 所以 \mathbf{C} 的特征值为 $\sqrt{\lambda_1}$ 和 $\sqrt{\lambda_2}$, 对应特征向量不变。则 \mathbf{C}^{-1} 的特征值为 $1/\sqrt{\lambda_1}$ 和 $1/\sqrt{\lambda_2}$, $1/\sqrt{\lambda_1} < 1/\sqrt{\lambda_2}$, 对应特征向量仍然不变, 分别为 α_1 和 α_2 。因此, 长轴的长度为 $\sqrt{k/\lambda_2}$, 长轴的方向为特征向量 α_2 所确定的方向。

此外, 由于协方差矩阵是基于区域点的位置信息求得的, 与目标区域的灰度无关, 因此, 该方法对光照变换具有鲁棒性。

3.2 算法的具体步骤

(1) 提取目标的重心。本文采用局部最大的方法得到直方图的峰值和谷值的分布情况^[7], 该方法速度快, 主要解决多峰值直方图的分割问题。选取阈值提取出目标所在的灰度范围, 将图像二值化, 应用重心公式提取出目标重心。

(2) 计算目标区域的协方差矩阵 Σ_1^{-1} 和 Σ_2^{-1} 。求出 Σ_1^{-1} 和 Σ_2^{-1} 的特征值 λ_{11} 、 λ_{12} ($\lambda_{11} > \lambda_{12}$) 和 λ_{21} 、 λ_{22} ($\lambda_{21} > \lambda_{22}$), 则 \mathbf{C}_1^{-1} 和 \mathbf{C}_2^{-1} 对应的较大的特征值为 $1/\sqrt{\lambda_{12}}$ 和 $1/\sqrt{\lambda_{22}}$, 长轴的方向分别为 λ_{12} 和 λ_{22} 所对应的特征向量 α_{12} 和 α_{22} 所确定的方向 θ_1 和 θ_2 。

(3) 根据分析, 可得到旋转角度为:

$$\theta = \theta_2 - \theta_1. \quad (8)$$

缩放比例为:

$$s = \sqrt{k/\lambda_{22}}/\sqrt{k/\lambda_{12}} = \sqrt{\lambda_{12}}/\sqrt{\lambda_{22}}. \quad (9)$$

由以上分析可以看出, 我们依据椭圆短轴的长度和方向也可以求出旋转角度和缩放比例, 原理是一样的。在实际计算时, 二值化以后的两幅图像通常不仅仅存在旋转和缩放变化, 所以求出的两个椭圆的压缩系数 ($\mu = b/a$, 其中长轴为 $2a$, 短轴为 $2b$) 不相等, 因此 $a_2/a_1 \neq b_2/b_1$ 。所以为了更精确地测量旋转角度和缩放比例, 我们把利用长轴和短轴求得的结果取平均作为最终的结果。

4 实验结果

4.1 测量精度

图 2 为原始飞机图像, 其中的椭圆即为飞机区域的协方差矩阵所定义的椭圆域, 其中, 公式(6)中的常数 $k=4$ 。

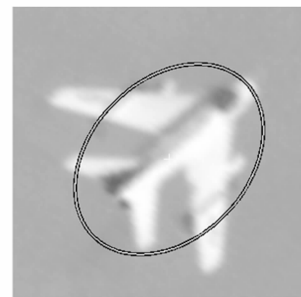


图 2 原始图像

Fig. 2 Original image

对图 2 所示的飞机分别做 10° 、 12° 、 15° 、 30° 、 90° 和 180° 的旋转, 没有比例变化, 实验结果如图 3 和表 1 所示。其中, 角度误差和比例误差分别由下式求得:

$$\begin{cases} e_{\text{scale}} = \frac{s_m - s_r}{s_r} \times 100\% \\ e_{\text{angle}} = \theta_m - \theta_r \end{cases}, \quad (10)$$

其中, e_{scale} 和 e_{angle} 分别为比例误差和角度误差, s_m , s_r 为测量比例和实际缩放比例, θ_m , θ_r 为测量角度和实际旋转角度。

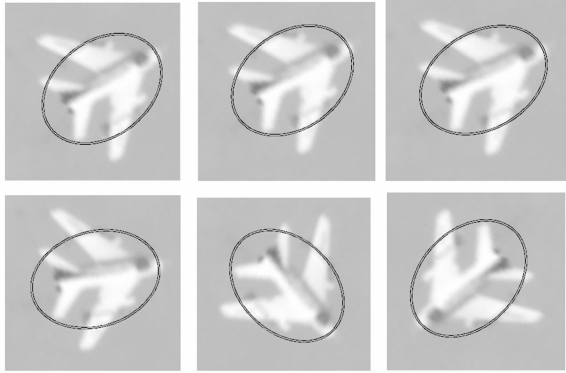


图 3 只有旋转,没有缩放情况下的实验结果

Fig. 3 Experiment results with rotation only

表 1 不同旋转角度时的实验结果

Tab. 1 Experiment results in different rotation angles

旋转角度	测量角度	角度误差	测量比例	比例误差
10°	9.909 3°	-0.090 7°	0.999 45	-0.055%
12°	11.854 2°	-0.145 8°	1.000 26	0.026%
15°	14.920 9°	-0.079 1°	1.000 29	0.029%
30°	29.931 0°	-0.069°	0.999 16	-0.084%
90°	90.005 7°	0.005 7°	0.999 91	-0.009%
180°	179.993 4°	-0.006 6°	0.999 97	-0.003%

对图 2 所示的飞机分别做 1.2、1.5 和 2 倍的缩放,没有角度变化,实验结果如图 4 和表 2 所示。

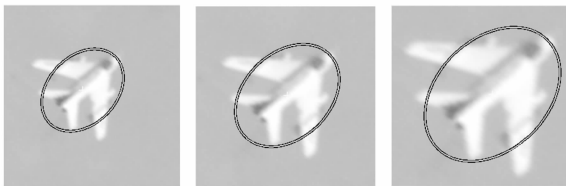


图 4 只有缩放,没有旋转情况下的实验结果

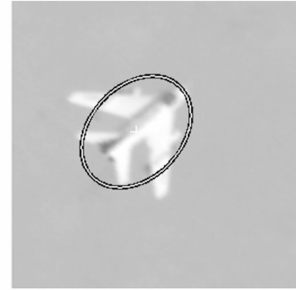
Fig. 4 Experiment results with scale only

表 2 不同缩放比例时的实验结果

Tab. 2 Experiment results in different scales

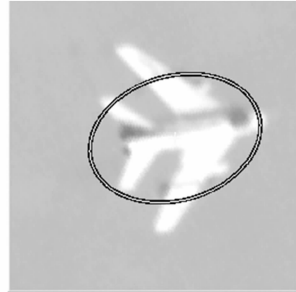
缩放比例	测量比例	比例误差	角度误差
1.2	1.194 7	-0.44%	0.066 3°
1.5	1.495 2	-0.32%	0.189 0°
2	1.969 0	-1.55%	0.807 2°

图 5 为旋转 30°,缩放比例为 1.4 且具有光照变化的两幅飞机图片,求得的旋转角度为 30.387 0°,缩放比例为 1.386 546,角度误差为 0.387 0°,比例误差为 -0.96%,验证了本算法可以抗光照变化。



(a) 姿态变化前的目标

(a) Object before attitude change



(b) 姿态变化后的目标

(b) Object after attitude change

图 5 旋转和缩放同时存在时的实验结果

Fig. 5 Experiment results with both rotation and scale

4.2 影响精度的主要因素

4.2.1 图像二值化时阈值的选取

我们只计算目标区域的协方差矩阵,当存在噪声或背景复杂时,能否正确选取阈值、准确提取出目标区域将对算法精度产生较大的影响。

4.2.2 图像中目标所占像素数

本文的算法是基于区域特征的,要求目标要占有一定的像素数,否则,求出的协方差矩阵就不足以表征目标区域的特征。

4.3 与对数极坐标的对比

4.3.1 运算速度的对比

对数极坐标方法首先将图像二值化,提取出目标的重心;其次,以目标重心为中心建立直角坐标系,并将其转换为对数极坐标系;最后,求得两

幅图像的互功率谱^[8],并进行傅里叶逆变换求取脉冲函数的尖峰。其中,坐标变换和傅立叶变换及逆变换都是相当耗时的。而本文方法在求取重心之后,只需求出区域的协方差矩阵,并做一次求矩阵特征值、特征向量的运算即可,计算量的减少是显而易见的。对 4.1 节中大小均为 256 pixel×

256 pixel 的图片用以上两种方法求二维姿态,计算时间如表 3 所示。从表中可知,对数极坐标和本文的算法的平均运算时间分别为 300.9 ms 和 18.7 ms,可见,本文算法大大提高了运算速度,运算时间只有对数极坐标的 1/16,能更好地满足工程中实时处理的要求。

表 3 两种算法运算时间比较

Tab. 3 Comparison of computing time with two algorithms

只有旋	旋转角度(°)	10	12	15	30	90	180	
转,没	运算时间	对数极坐标	300	298	305	304	300	298
有缩放	(ms)	本文算法	18	19	19	18	19	19
只有缩	缩放比例		1.2		1.5		2.0	
放,没	运算时间	对数极坐标	304		299		300	
有旋转	(ms)	本文算法	18		19		19	

4.3.2 计算精度的对比

影响本文算法精度的主要因素已在 4.2 节中分析。对于对数极坐标,影响其精度的主要因素有以下几个方面。(1) 图像二值化阈值的选取。能否准确提取出目标区域将直接影响生成的对数极坐标图的形状。(2) 图像中目标所占像素数。以上两点与本文算法相同。(3) 生成的对数极坐标图的尺寸。图像尺寸大小直接决定角度和尺寸的分辨率。令对数极坐标图的尺寸为 $M \times N$,则

尺度分辨率 k_{scale} 和角度分辨率 k_{angle} 分别为:

$$\begin{cases} k_{scale} = e^{\frac{\log r_{max}}{M}} \\ k_{angle} = 360/N \end{cases}$$

可以看出,对数极坐标尺寸越大,角度分辨率和尺度分辨率越好,但计算量也随之增加。实验中,取 $M=360, N=360$,则角度分辨率为 1° ,尺度分辨率约为 1.016 8。对以上两组图片用对数极坐标方法测量姿态,得到的测量精度如表 4 所示。

表 4 对数极坐标的测量精度

Tab. 4 Measuring accuracy of log-polar

	旋转角度(°)	10	12	15	30	90	180
只有旋转, 没有缩放	实测角度(°)	10	12	15	31	90	182
	角度误差(°)	0	0	0	1	0	2
	实测比例	1	1	1	1	1	1
	比例误差(%)	0	0	0	0	0	0
	缩放比例	1.2		1.5		2.0	
只有缩放, 没有旋转	实测角度(°)	0		2		3	
	角度误差(°)	0		2		3	
	实测比例	1.204 1		1.467 2		1.980 5	
	比例误差(%)	0.34		-2.19		-0.975	

对比表 1 可知,对于第一组图片,虽然大多数角度误差为 0° ,比本文算法测量精度要高,但是对数极坐标算法不稳定,一旦测量不精确,角度误差至少为 1° ,本实验中,最大为 3° ;对比表 2 可知,

对于第二组图片,用对数极坐标方法测得的比例误差没有明显改善,甚至最大比例误差超过了 2%。综合来看,本文提出的方法要优于对数极坐标。

5 结 论

文本针对矩不变量和对数极坐标计算量大的问题,提出了一种新的基于协方差矩阵的目标

二维姿态测量方法,并进行了大量实验,实验结果表明:该方法简单、快速、有效,测得的旋转角度可以精确到 $\pm 1^\circ$ 以内,缩放比例可以精确到 $\pm 2\%$ 以内,计算时间仅为对数极坐标的 $1/16$ 。

参考文献:

- [1] HU M K. Visual pattern recognition by moment invariants [J]. *Information Theory, IEEE Transactions*, 1962, 8(2): 179-187.
- [2] 张叶, 曲宏松, 王延杰, 等. 对数极坐标图像匹配在目标姿态测量中的应用[J]. *光电工程*, 2007, 34(6): 11-14.
ZHANG Y, QU H S, WANG Y J, *et al.*. Log-polar image matching for moving target attitude detection[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2007, 34(6): 11-14. (in Chinese)
- [3] 张伟, 任仙怡, 张桂林, 等. 基于对数极坐标变换和仿射变换的目标识别定位方法[J]. *中国图象图形学报*, 2006, 11(9): 1255-1259.
ZHANG W, REN X Y, ZHANG G L, *et al.*. An robust object locating method based on log-polar transform and affine transform [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2006, 11(9): 1255-1259. (in Chinese)
- [4] 高莹莹, 杨建峰, 马晓龙, 等. 基于 Fourier-Mellin 算法的干涉图像配准[J]. *光学精密工程*, 2007, 15(9): 1415-1420.
GAO Y Y, YANG J F, MA X L, *et al.*. Interference image registration based on Fourier-Mellin algorithm[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(9): 1415-1420. (in Chinese)
- [5] MATAS J, PETR B, CHUM O. Rotational invariants for wide-baseline stereo[DB/OL]. <ftp://cmp.felk.cvut.cz/pub/cmp/articles/bilek/Matas-Bilek-CVWW02.pdf>
- [6] 戴天时. 线性代数[M]. 长春: 吉林大学出版社, 2003: 125-153.
DAI T SH. *Linear Algebra* [M]. Changchun: Jilin University Press House, 2003: 125-153. (in Chinese)
- [7] ZHANG Y, WANG Y J. High accuracy real-time automatic thresholding for centroid tracker [J]. *SPIE*, 2006, 6027: 1-7.
- [8] 马晶, 徐科华, 谭立英. 基于相位相关的深空光通信扩展信标跟踪技术研究[J]. *光学精密工程*, 2006, 14(3): 515-519.
MA J, XU K H, TAN L Y. Extend-beacon tracking for deep space optical communication based on phase-correlation[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(3): 515-519. (in Chinese)

作者简介:



纪华(1983-),女,河北唐山人,中国科学院长春光学精密机械与物理博士研究生,主要从事景象匹配、视频跟踪等方面的研究。E-mail: jhual2@163.com



王大伟(1983-),男,江苏邳州人,博士研究生,主要研究方向为数字图像处理。E-mail: wdwei1983@163.com

导师简介:



赵 建(1967—),女,上海人,副研究员,硕士生导师,主要研究方向为数字图像处理。E-mail: zhaojian6789@yahoo.com



王延杰(1963—),男,吉林长春人,研究员,博士生导师,主要研究方向为数字图像处理。E-mail: wyjciomp@sohu.com



韩广良(1968—),男,山东嘉祥人,副研究员,主要从事地形匹配方面的研究。E-mail: hangl_ciom@yahoo.com.cn

●下期预告

基于液晶靶标的多 CCD 线结构光测量系统全局标定

贾倩倩,王伯雄,赵博华,罗秀芝

(清华大学 精密仪器与机械学系 精密测试技术及仪器国家重点实验室,北京 100084)

为了在多 CCD 线结构光测量系统中进行精确快速的全局标定,研究了一种基于液晶平面靶标的多 CCD 全局标定方法。首先,将液晶靶标放入光平面中,在靶标上显示一系列特征点,各个 CCD 同步采集。然后,通过时间序列对应特征点的图像坐标与靶标坐标,建立起像平面与靶标平面间的非线性模型。最后,对形位关系已知的标准块进行测量,利用标准块的形位关系对像平面与靶标平面间的非线性模型进行优化,得到像平面与光平面间的映射关系,完成多 CCD 的全局标定。利用优化后的标定结果进行测量,在自由曲面类物体的测量中三个摄像机的数据拼接精度高,对标准块上特征点距离测量的 RMS 误差为 0.217 mm,角度测量的绝对误差为 0.2° 。方法快速简便,适合现场操作,已在多 CCD 线结构光测量系统中得到了实际应用。